Minimalizácia logickej funkcie využitím Booleovej algebry a pomocou Karnaughovej mapy :)

Zložité logické funkcie je možné minimalizovať – zjednodušiť niekoľkými metódami. Napríklad:

- využitím Booleovej algebry,
- pomocou Karnaughovej mapy.

Minimalizácia logickej funkcie použitím základných pravidiel Booleovej algebry.

Napríklad logickú funkciu:

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + AB\bar{C}D + ABCD + ABC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D$$

s použitím pravidiel Booleovej algebry môžeme zapísať ako:

$$Y = \bar{C}D\ (\ \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + AB + A\bar{B}\ ) + ABCD + ABC\bar{D}$$

pričom podľa pravidiel Boolovej algebry platí pre:

$$\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A}\ (\bar{B} + B) = \bar{A}$$
$$AB + A\bar{B} = A\ (B + \bar{B}) = A$$
$$\bar{A} + A = 1$$

môžeme napísať:

$$Y = \bar{C}D + ABCD + ABC\bar{D}$$
$$Y = \bar{C}D + ABC\ (\ D + \bar{D}\ )$$

kde pre:

$$D + \bar{D} = 1$$

potom môžeme napísať:

$$Y = \bar{C}D + ABC$$

Ako je z uvedeného príkladu vidieť, minimalizáciou logickej funkcie je možné výrazne zjednodušiť i na pohľad veľmi zložitý logický výraz. Minimalizácia logickej funkcie výrazne ušetrí logické hradlá pre jej realizáciu.

Pri získaní riešenia touto metódou nemusí ísť vždy o minimálne riešenie logickej funkcie. Každá logická funkcia si vyžaduje osobitný prístup a hľadania inej metódy pre jej vyriešenie. Výsledok zjednodušenia závisí taktiež od skúseností a schopností riešiteľa.

Minimalizácia logickej funkcie pomocou Karnaughovej mapy

Aby sme získali minimálnu funkciu pomocou Karnaughovej mapy musíme použiť a rešpektovať nasledovné pravidlá:

1. Skupiny susedných štvorcov, ktoré obsahujú jednotky sú označené v Karnaughovej mape nasledovným spôsobom:

- všetky jednotky zoskupíme do skupín,
- skupina musí obsahovať 2^n štvorcov (1, 2, 4, 8, 16...),
- skupina musí mať tvar štvorca alebo obdĺžnika,
- vytvárame čo najväčšie skupiny,
- jeden štvorec môže byť zahrnutý do niekoľkých skupín,
- krajné stĺpce a krajné riadky sú si susedné.

2. Počet štvorcov v každej skupine je párne číslo okrem prípadu, keď skupina obsahuje jeden štvorec a premenné sa budú nachádzať vo všetkých štvorcoch s rovnakou hodnotou (buď 0 alebo 1) alebo s hodnotou 1 v jednej polovici a 0 v druhej polovici.

3. Každá skupina vytvorí zjednodušený člen, ktorého premenné nie sú predmetom zmeny pri kombinácií štvorcov v skupine.

4. Premenné sú v člene spojené operáciou logického súčinu AND.

Copyright © 2013 - 2026 Encyklopédia poznania

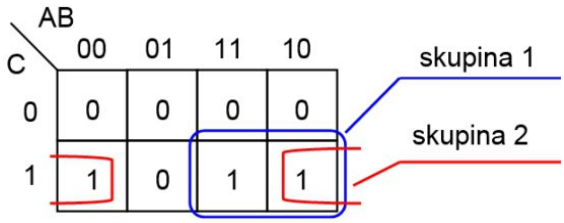
5. Medzi členmi reprezentujúcimi skupiny je operácia logického súčtu OR.

Príklady Karnaughovej mapy pre logické funkcie:

Príklad 1:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,C$$

Karnaughová mapa s označením skupín:



Skupiny boli označené podľa horeuvedených pravidiel 1 a 2. Podľa pravidla, že každá skupina vytvorí zjednodušený člen, ktorého premenné nie sú predmetom zmeny pri kombinácií štvorcov v skupine a premenné sú v člene spojené operáciou logického súčinu môžeme pre prvú skupinu napísať zjednodušený člen

$$AC$$

(premenná A je nad modrou oblasťou iba v stave 1, čiže ostáva ako A, premenná B je nad modrou oblasťou aj v stave 1 aj v stave 0, čiže vypadáva, premenná C je v modrej oblasti iba v stave 1, čiže ostáva ako C).

Podobne pre druhú skupinu napísať zjednodušený člen

$$\overline{B}C$$

(premenná A je nad červenou oblasťou aj v stave 1 aj v stave 0, čiže vypadáva, premenná B je nad červenou oblasťou iba v stave 0, čiže ostáva ako negovaná, premenná C je v červenej oblasti iba v stave 1, čiže ostáva ako C)

Podľa pravidla, že medzi členmi reprezentujúcimi skupiny je operácia logického súčtu je možné tieto dva členy spojiť logickou operáciou OR a pre minimalizovanú funkciu napísať:

$$Y = AC + \overline{B}C$$

Táto logická funkcia je minimalizovaná čo sa týka členov, ale nie je minimalizovaná čo sa týka realizácie pomocou hradiel. Môže byť ďalej zjednodušená pomocou distributívneho zákona do tvaru:

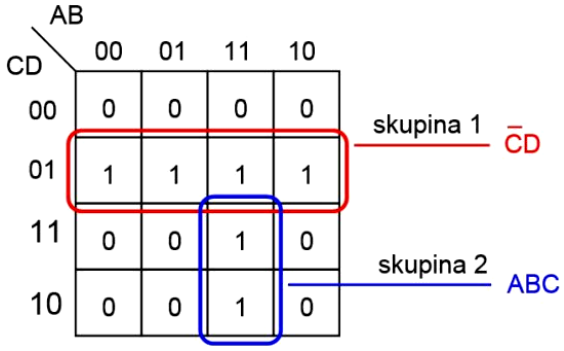
$$Y = C\,(A + \overline{B})$$

Pre jej realizáciu pomocou hradiel by sme potrebovali jeden negátor, jedno dvojvstupové hradlo OR a jedno dvojvstupové hradlo AND.

Príklad 2:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + A\,B\,\overline{C}\,D + A\,B\,C\,D + A\,B\,C\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$$

Karnaughová mapa logickej funkcie:



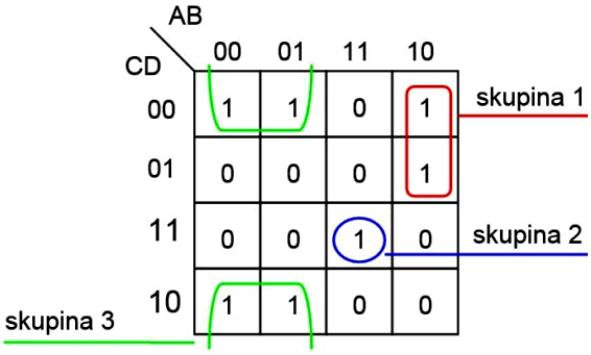
Výsledok minimalizácie:

$$Y = \overline{C}D + ABC$$

Príklad 3:

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + \bar{A}\,B\,\bar{C}\,\bar{D} + A\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + A\,\bar{B}\,\bar{C}\,D + A\,B\,C\,D + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,\bar{D} + \bar{A}\,B\,C\,\bar{D}$$

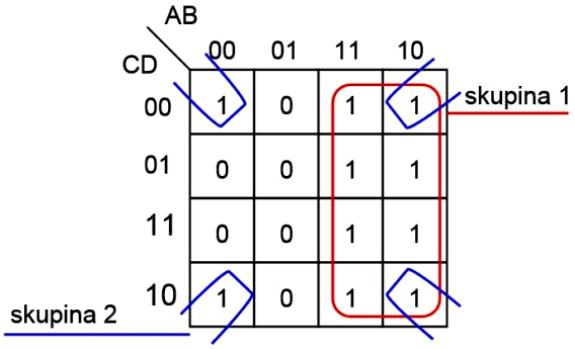
Karnaughová mapa logickej funkcie:



Výsledok minimalizácie:

$$Y = A\,\bar{B}\,C + A\,B\,C\,D + \bar{A}\,\bar{D}$$

Príklad 4:



$$Y = A + \bar{B}\,\bar{D}$$

Z príkladov je zrejmé, že čím väčšiu skupinu jednotiek v Karnaughovej mape je možné označiť do skupiny, tým viac členov logickej funkcie vypadne.



Aplikácia zákonov a pravidiel Booleovej algebry pri zjednodušení logickej funkcie

Zdroje

Prevzaté a upravené z:

- **http://www.zarsoft.sk/2018/10/12/karnaughova-mapa/.**

Copyright © 2013 - 2026 Encyklopédia poznania