

## Booleova algebra podrobne :

**Algebra, v ktorej sú aritmetické operácie [1] nahradené logickými operáciami, ako AND, OR a NOT a s číslami sa pracuje v binárnom vyjadrení.**

Autorom Booleovej algebry je filozof a matematik [George Boole](#) (1815-1864). Algebru a logiku spojil vo svojej knihe *Skúmanie zákonov myslenia* z roku 1854. V tom čase nepovšimnutá, hrá jeho algebra dodnes významnú úlohu v oblasti počítačov.

### Booleova algebra inak:

**Booleova algebra slúži na matematický opis zákonov a pravidiel výrokovej logiky, ktorá rieši vzťahy medzi pravdivými a nepravdivými výrokmi.**

Pravdivému výroku prideľujeme logickú hodnotu 1, nepravidelnému výroku logickú hodnotu 0. Nositelom elementárnej informácie o pravdivosti alebo nepravdivosti výroku je logická premenná, ktorá môže nadobúdať dve hodnoty: 0 a 1.

### Booleova algebra ešte inak:

**Časť matematiky, ktorá sa používa na analýzu logických sústav.**

Výpočty v BA sa opierajú o predpoklad, že logické sústavy môžu nadobúdať iba dva stavy:

- pravdivý,
- nepravdivý.

Pravdivosť a nepravdivosť sú dané dvoma logickými hodnotami, ktorým sa v číslicovej technike priradujú číslové hodnoty 0 a 1.

Booleova algebra umožňuje opis vzťahov medzi stavmi v číslicovom obvode v tvare výrazov (logických funkcií) zapísaných podobne ako v obyčajnej algebre.

### Booleova algebra podrobne:

Booleova algebra je vetvou matematiky pomenovanou podľa anglického logika a matematika [Georga Boolea](#), ktorý ako prvý publikoval práce z tejto oblasti.

Booleova algebra nie je algebra čísel, s ktorou sa stretávame v matematike. Je to algebra logických stavov. Vzhľadom ku klasickej algebre je preto inak definovaná, napríklad v nej vôbec nenájdeme operácie odčítania a delenia [2].

Základné funkcie Booleovej algebry sú:

- logický súčet OR,
- logický súčin AND,
- negácia NOT.

Medzi základné pravidlá Booleovej algebry patria:

<u>pre logický súčet</u>	<u>pre logický súčin</u>
$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$
$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$A + A = A$	$A \cdot A = A$
$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$

A plus 0 je vždy A, ak je A=1 je to 1, ak je A=0 je to 0.

A krát 0 je vždy 0.

A plus 1 je vždy 1 bez ohľadu, akú logickú hodnotu má A.

A krát 1 je vždy A, ak je A=1 je to 1, ak A=0 je to 0...

V Booleovej algebре pre logický súčet a logický súčin platia tieto [zákony](#):

Komutatívny zákon	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Asociatívny zákon	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Distributívny zákon	$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$	$(A + C) \cdot (B + C) = A \cdot B + C$
a zákon druhej negácie $\overline{\overline{A}} = A$		

Vlastnosťou Booleovej algebry je aj dualita. Ľubovoľnú logickú funkciu možno vyjadriť vhodným postupom aj v inom – duálnom tvere. O tejto vlastnosti pojednáva De Morganov zákon, ktorý hovorí že logickú funkciu NAND je možné vyjadriť v inom – duálnom tvere pomocou negácie a funkcie OR a opačne, logickú funkciu NOR je možné vyjadriť v inom – duálnom tvere pomocou negácie a logickej funkcie AND.

$$\overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{\overline{C}}$$

$$\overline{A + B + C} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}}$$

**Dualita logických hradieb AND a OR**

Shannov teorém zobecňuje De Morganov zákon a hovorí, že každá logická funkcia, ktorá obsahuje logické premenná A, B, C..., medzi ktorými sú operácie logického sčítania OR a logického násobenia AND sa dá napísat v inom – duálnom tvere ako funkcia, ktorá obsahuje pôvodné logické premenné A, B, C..., ale negované a logické operácie OR a AND sa medzi sebou vymenia.

Kanonický tvar tohto teóremu môžeme napísat ako:

$$f[A, B, C \dots (+), (.)] = f[\overline{\overline{A}}, \overline{\overline{B}}, \overline{\overline{C}} \dots (.), (+)]$$

Napríklad pre logický výraz  $(A + C) \times (B + C) = Y$  môžeme podľa Shannovho teóremu napísat:

$$\overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{C}} + \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}} = \overline{\overline{Y}}$$

s použitím základných pravidiel Booleovej algebry môžeme ďalej písat:

$$\overline{\overline{C}} \cdot (\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}}) = \overline{\overline{Y}}$$

ak na túto logickú rovnicu aplikujeme Shannov teorém a s prihliadnutím na zákon druhej negácie, dostaneme:

$$C + A \cdot B = Y$$

Základné pravidlá a vlastnosť duality Booleovej algebry sa používajú a majú veľký význam pri navrhovaní a minimalizácii zložitejších logických funkcií a pri ich realizácii pomocou základných logických hradiel a integrovaných logických obvodov.

Ak realizovaná logická funkcia obsahuje prevažne logické operácie NAND, NOT a len jednu logickú operáciu OR a ak ostanú v niekoľkých puzdrách integrovaných obvodov voľné hradlá NAND a NOT, je zbytočné pridať kvôli jednej funkcií OR ďalšie puzdro integrovaného obvodu. Funkcia NOR sa dá zrealizovať (s prihliadnutím na duálnu vlastnosť Booleovej algebry) pomocou voľných hradiel NAND a NOT.

**[1] Ako sčítanie a odčítanie.**

**[2] Tieto funkcie v algebre stavov neexistujú.**

[Booleova algebra jednoducho, zákony Booleovej algebry, Dvojková \(binárna\) číselná sústava](#)

**Zdroje**

Použitá, citovaná a odporúčaná interná „literatúra“:

· [Booleova algebra \(e-kniha/Matematika\)](#).